Рассмотрим, как преобразуются координаты радиус-вектора при повороте декартовой системы координат.

Орты старой системы координат в новой:

В силу единственности разложения, получим

В общем виде, мы можем записать

Если мы предварительно выполним параллельный перенос на вектор , то преобразование примет вид

Если рассуждать в обратном направлении, можем написать

Тогда

Заметим, что

Т.е.

Или

если рассуждать в обратном направлении. Можно доказать, что эти соотношения являются условием ортогональности преобразований, т.е. когда ортогональная система преобразуется в ортогональную.

Воспользовавшись теоремой Бине-Коши, вычислим детерминант произведения матриц

Получаем, что

Преобразования, при которых называются **поворотом** или **вращением**. При таком преобразовании система вращается как твердое тело. Преобразования при называются **несобственными** или **зеркальными поворотами**. В этом случае правая система переходит в левую и наоборот.

Рассмотрим сначала двумерную декартову систему координат. Эта система имеет ортонормированный базис. Предположим, задана некоторая точка с координатами в декартовой системе координат с центром в точке .

Декартова система координат в пространстве.